9 Kansverdelingen

Voorkennis Kansberekeningen

Bladzijde 55

1 **a** $P(\text{geen enkele 1}) = \frac{3}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{20}$

b $P(\text{één 2}) = P(2, \text{geen 2}) + P(\text{geen 2}, 2) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{10} + \frac{2}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

c $P(\text{minstens één 2}) = 1 - P(\text{geen 2}) = 1 - \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$

2 **a** $P(\text{één 2}) = \binom{8}{1} \cdot \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^7 \approx 0{,}090$

b $P(\text{minstens één 1}) = 1 - P(\text{geen enkele 1}) = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^8 \approx 0{,}983$

c $P(\text{vijf keer 1 en drie keer 3}) = \binom{8}{5} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 \approx 0{,}005$

d $P(\text{vier keer 1 en één keer 3 en drie keer 2}) = \binom{8}{4} \cdot \binom{4}{1} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^4 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 \approx 0{,}092$

3 **a** $P(\text{minstens 2}) = 1 - P(\text{geen of 1}) = 1 - P(\text{geen}) - P(1) = 1 - 0{,}78^8 - \binom{8}{1} \cdot 0{,}22 \cdot 0{,}78^7 \approx 0{,}554$

b $P(\text{zes of zeven}) = P(\text{zes}) + P(\text{zeven}) = \binom{12}{6} \cdot 0{,}53^6 \cdot 0{,}47^6 + \binom{12}{7} \cdot 0{,}53^7 \cdot 0{,}47^5 \approx 0{,}434$

4 **a** $P(\text{één 4}) = \; = \binom{3}{1} \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{9}{16} = \frac{27}{64}$

b $P(\text{minstens één keer 2}) = 1 - P(\text{geen 2}) = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^3 = 1 - \frac{27}{64} = \frac{37}{64}$

5 $P(\text{afgekeurd}) = 1 - P(\text{goedgekeurd}) = 1 - 0{,}98 \cdot 0{,}70 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}92 \approx 0{,}400$

Bladzijde 57

6 **a** $P(\text{minstens één prijs}) = 1 - P(\text{geen prijs}) = 1 - \dfrac{\binom{70}{5}}{\binom{80}{5}} \approx 0{,}497$

b $P(\text{tweede en derde prijs}) = \dfrac{\binom{3}{1} \cdot \binom{6}{1} \cdot \binom{70}{3}}{\binom{80}{5}} \approx 0{,}041$

7 $P(\text{afkeuren}) = 1 - P(\text{goedkeuren}) = 1 - \dfrac{\binom{37}{3}}{\binom{40}{3}} \approx 0{,}214$

Bladzijde 58

8 **a** $P(\text{drie keer 2 ogen, één keer 3 ogen en acht keer 1, 4, 5, of 6 ogen}) =$
$\binom{12}{3} \cdot \binom{9}{1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^8 \approx 0{,}060$

b $P(\text{elk aantal ogen 2 keer}) = \binom{12}{2} \cdot \binom{10}{2} \cdot \binom{8}{2} \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{12} \approx 0{,}003$

c $P(\text{bij de twaalfde worp evenveel als bij de eerste worp}) = \frac{1}{6} \approx 0{,}167$

d $P(\text{vier keer gooien}) = P(\not{6}\not{6}\not{6}6) = \left(\frac{5}{6}\right)^3 \cdot \frac{1}{6} \approx 0{,}096$

e $P(\text{minstens vijf keer gooien}) = P(\not{6}\not{6}\not{6}\not{6}) = \left(\frac{5}{6}\right)^4 \approx 0{,}482$

© Noordhoff Uitgevers bv

9 **a** $P(\text{geen uit Californië}) = \dfrac{\binom{98}{8}}{\binom{100}{8}} \approx 0{,}846$

b $P(\text{één uit Arizona en één uit Florida}) = \dfrac{\binom{2}{1}\cdot\binom{2}{1}\cdot\binom{96}{6}}{\binom{100}{8}} \approx 0{,}020$

10 **a** $P(\text{tenminste één volleyballer}) = 1 - P(\text{geen volleyballer}) = 1 - \dfrac{\binom{46}{6}}{\binom{54}{6}} \approx 0{,}637$

b $P(\text{de heer Houtkamp en zijn zoon niet}) = \dfrac{\binom{52}{6}}{\binom{54}{6}} \approx 0{,}788$

11 **a** $P(\text{18 in de dienstensector}) = \binom{25}{18}\cdot 0{,}72^{18}\cdot 0{,}28^{7} \approx 0{,}175$

b $P(\text{19 in de dienstensector en 4 in de industrie}) = \binom{25}{19}\cdot\binom{6}{4}\cdot 0{,}72^{19}\cdot 0{,}26^{4}\cdot 0{,}02^{2} \approx 0{,}009$

c $P(10^{e}\text{ is de eerste die werkzaam is in de industrie}) = 0{,}74^{9}\cdot 0{,}26 \approx 0{,}017$

d $P(20^{e}\text{ is de derde niet werkzaam in de dienstensector en ook niet in de industrie}) =$
$\binom{9}{2}\cdot 0{,}02^{2}\cdot 0{,}98^{17}\cdot 0{,}02 \approx 0{,}00097 \approx 0{,}001$

e $P(\text{minstens twee in de industrie}) = 1 - P(\text{geen}) - P(\text{één}) = 1 - \dfrac{\binom{18}{6}}{\binom{25}{6}} - \dfrac{\binom{7}{1}\cdot\binom{18}{5}}{\binom{25}{6}} \approx 0{,}557$

9.1 De verwachtingswaarde

9

Bladzijde 59

1 De opbrengst per week is 1000 × € 5 = € 5000.
De uitbetaling per week is € 2000 + 100 × € 20 = € 4000.
De winst per week is € 5000 − € 4000 = € 1000.
Dat is gemiddeld per lot € 1.

Bladzijde 61

2 **a** W = uitbetaling − 2

$P(W = 48) = \dfrac{1}{100} = 0{,}01$

$P(W = 8) = \dfrac{3}{100} = 0{,}03$

$P(W = -2) = \dfrac{96}{100} = 0{,}96$

w	−2	8	48
$P(W = w)$	0,96	0,03	0,01

$E(W) = -2\cdot 0{,}96 + 8\cdot 0{,}03 + 48\cdot 0{,}01 = -1{,}20$
De winstverwachting is −€1,20 per lot.

b Een lot moet dan € 2 − € 1,20 = € 0,80 kosten.

© Noordhoff Uitgevers bv

3 SOM

8	11	11	11	11	11	16
3	6	6	6	6	6	11
3	6	6	6	6	6	11
3	6	6	6	6	6	11
3	6	6	6	6	6	11
3	6	6	6	6	6	11
	3	3	3	3	3	8

W = winst per spel, dus W = uitbetaling − 8

w	8	3	−2
$P(W = w)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{25}{36}$

$E(W) = 8 \cdot \frac{1}{36} + 3 \cdot \frac{10}{36} - 2 \cdot \frac{25}{36} = -\frac{12}{36} \approx -0{,}33$
De verwachtingswaarde van de winst is −0,33 euro per spel.

4 **a** $P(\text{één keer 5 ogen}) = 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216}$

b $P(\text{2 dollar uitbetaald}) = P(\text{twee keer 5 ogen}) = 3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{5}{6} = \frac{15}{216}$

c $P(\text{geen uitbetaling}) = P(\text{geen 5 ogen}) = \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$

d W = winst per spel voor de organisator = 1 − uitbetaling.

w	1	0	−1	−2
$P(W = w)$	$\frac{125}{216}$	$\frac{75}{216}$	$\frac{15}{216}$	$\frac{1}{216}$

$E(W) = 1 \cdot \frac{125}{216} + 0 \cdot \frac{75}{216} - 1 \cdot \frac{15}{216} - 2 \cdot \frac{1}{216} = \frac{108}{216} = 0{,}5$
Het spel brengt naar verwachting $500 \cdot 0{,}5 = 250$ dollar op.

5 $P(\text{1 knikker pakken}) = P(\text{w}) = \frac{6}{10}$

$P(\text{2 knikkers pakken}) = P(\text{r w}) = \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{24}{90}$

$P(\text{3 knikkers pakken}) = P(\text{r r w}) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8} = \frac{72}{720}$

$P(\text{4 knikkers pakken}) = P(\text{r r r w}) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{6}{7} = \frac{144}{5040}$

$P(\text{5 knikkers pakken}) = P(\text{r r r r w}) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{1}{7} \cdot 1 = \frac{24}{5040}$

X = het aantal knikkers dan Monique pakt.

X	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	$\frac{3024}{5040}$	$\frac{1344}{5040}$	$\frac{504}{5040}$	$\frac{144}{5040}$	$\frac{24}{5040}$

$E(X) = 1 \cdot \frac{3024}{5040} + 2 \cdot \frac{1344}{5040} + 3 \cdot \frac{504}{5040} + 4 \cdot \frac{144}{5040} + 5 \cdot \frac{24}{5040} = \frac{7920}{5040} = 1\frac{4}{7}$

6 **a** $E(X) = 1 \cdot 0{,}05 + 2 \cdot 0{,}25 + 3 \cdot 0{,}4 + 4 \cdot 0{,}25 + 5 \cdot 0{,}05 = 3$
$E(Y) = 1 \cdot 0{,}3 + 2 \cdot 0{,}15 + 3 \cdot 0{,}1 + 4 \cdot 0{,}15 + 5 \cdot 0{,}3 = 3$

b Het histogram bij Y.

Bladzijde 63

7 Voer in lijst 1 = {1, 2, 3, 4, 5} en lijst 2 = {0.05, 0.15, 0.6, 0.15, 0.05}.
1-Var Stats (TI) of 1VAR (Casio) geeft $E(X) = 3$ en $\sigma_X \approx 0{,}84$.
Voer in lijst 1 = {1, 2, 3, 4, 5} en lijst 2 = {0.3, 0.15, 0.1, 0.15, 0.3}.
1-Var Stats (TI) of 1VAR (Casio) geeft $E(Y) = 3$ en $\sigma_Y \approx 1{,}64$.

9

8

X	−2	3	198	498
$P(X = x)$	0,897	0,1	0,002	0,001

1-Var Stats (TI) of 1VAR (Casio) geeft $E(X) = -0{,}60$ euro en $\sigma_X \approx 18{,}18$ euro.

9.2 De binomiale verdeling

Bladzijde 65

9 **a** $P(\text{drie keer 6 ogen}) = \binom{8}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^5 \approx 0{,}104$

b $P(\text{vijf keer meer dan 2 ogen}) = \binom{8}{5} \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^3 \approx 0{,}273$

Bladzijde 66

10 **a** $n = 6$ en $p = \frac{8}{20} = 0{,}4$

$P(X = 4) = \binom{6}{4} \cdot 0{,}4^4 \cdot 0{,}6^2 \approx 0{,}138$

b $n = 12$ en $p = \dfrac{8 + 10}{20} = 0{,}9$

$P(Y = 10) = \binom{12}{10} \cdot 0{,}9^{10} \cdot 0{,}1^2 \approx 0{,}230$

c Nee, ze pakt zonder terugleggen dus ze voert niet telkens hetzelfde experiment uit.

$$P(Z = 3) = P(\text{3 groene en 1 niet-groene}) = \frac{\binom{10}{3} \cdot \binom{10}{1}}{\binom{20}{4}} \approx 0{,}248$$

11 **a** X = het aantal keer slag.

X is binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = 0{,}3$.

$P(X = 5) = \binom{10}{5} \cdot 0{,}3^5 \cdot 0{,}7^5 \approx 0{,}103$

b $P(\text{alleen de laatste beurt slag}) = P(\not{s}\not{s}\not{s}\not{s}s) = 0{,}7^4 \cdot 0{,}3 \approx 0{,}072$

Bladzijde 67

12 **a** $P(X \le 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0{,}512 + 0{,}384 + 0{,}096 = 0{,}992$

b $P(X \le 3)$ is de kans op alle mogelijke uitkomsten bij dit kansexperiment en deze kans is 1.

c Er zijn geen waarden kleiner dan 0 mogelijk.

d

x	0	1	2	3
$P(X \le x)$	0,512	0,896	0,992	1

Bladzijde 68

13 **a** X = het aantal keer wit.
X is binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = \frac{1}{6}$.
$P(X = 3) = \text{binompdf}\left(10, \frac{1}{6}, 3\right) \approx 0{,}155$

b X = het aantal keer rood.
X is binomiaal verdeeld met $n = 12$ en $p = \frac{2}{6}$.
$P(X \le 5) = \text{binomcdf}\left(12, \frac{2}{6}, 5\right) \approx 0{,}822$

c X = het aantal keer blauw.
X is binomiaal verdeeld met $n = 9$ en $p = \frac{3}{6}$.

$P(X \ge 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \text{binompdf}\left(9, \frac{3}{6}, 0\right) \approx 0{,}998$

d $P(\text{vijf keer blauw en drie keer rood}) = \binom{8}{5} \cdot \left(\frac{3}{6}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^3 \approx 0{,}065$

e $P(\text{acht keer blauw, vijf keer rood en drie keer wit}) = \binom{16}{8} \cdot \binom{8}{5} \cdot \left(\frac{3}{6}\right)^8 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \approx 0{,}054$

© Noordhoff Uitgevers bv

14 **a** X = het aantal keer eerste opslag in.
X is binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = 0{,}55$.
$P(X = 5) = \text{binompdf}(10, 0.55, 5) \approx 0{,}234$
b $P(\text{alleen de laatste vier in}) = 0{,}45^2 \cdot 0{,}55^4 \approx 0{,}019$

Bladzijde 69

15 **a** X = het aantal dat te hard rijdt.
X is binomiaal verdeeld met $n = 60$ en $p = 0{,}16$.
$P(X = 10) = \text{binompdf}(60, 0.16, 10) \approx 0{,}136$
b X = het aantal dat 140 km/uur of meer rijdt.
X is binomiaal verdeeld met $n = 60$ en $p = \frac{1}{4} \cdot 0{,}16 = 0{,}04$.
$P(X \leq 2) = \text{binomcdf}(60, 0.04, 2) \approx 0{,}568$
c X = het aantal met een snelheid tussen 120 en 140 km/uur.
Een kwart van 60 is $\frac{1}{4} \cdot 60 = 15$.
X is binomiaal verdeeld met $n = 60$ en $p = 0{,}16 - \frac{1}{4} \cdot 0{,}16 = 0{,}12$.
$P(X = 15) = \text{binompdf}(60, 0.12, 15) \approx 0{,}003$

16 X = het aantal ondeugdelijke accu's.
X is binomiaal verdeeld met $n = 54$ en $p = 0{,}2$.
$P(X \leq 3) = \text{binomcdf}(54, 0.2, 3) \approx 0{,}003$

17 **a** $P(X \geq 4)$
b $P(X < 8)$
c $P(X > 5) = 1 - P(X \leq 5)$
d $P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9)$
e $P(X < 7) = P(X \leq 6)$
f $P(12 \leq X \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 11)$
g $P(4 < X < 12) = P(X \leq 11) - P(X \leq 4)$
h $P(2 \leq X < 5) = P(X \leq 4) - P(X \leq 1)$
i $P(4 < X \leq 8) = P(X \leq 8) - P(X \leq 4)$
j $P(X \text{ tussen 8 en 20}) = P(8 < X < 20) = P(X \leq 19) - P(X \leq 8)$

Bladzijde 70

18 **a** $P(X < 10) = P(X \leq 9) = \text{binomcdf}(25, 0.42, 9) \approx 0{,}347$
b $P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - \text{binomcdf}(25, 0.42, 7) \approx 0{,}889$
c $P(\text{meer dan 12 keer succes}) = P(X > 12) = 1 - P(X \leq 12) = 1 - \text{binomcdf}(25, 0.42, 12) \approx 0{,}208$
d $P(\text{tussen 9 en 16 keer succes}) = P(9 < X < 16) = P(X \leq 15) - P(X \leq 9) =$
$\text{binomcdf}(25, 0.42, 15) - \text{binomcdf}(25, 0.42, 9) \approx 0{,}631$
e $P(\text{minstens 6 keer succes}) = P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5) = 1 - \text{binomcdf}(25, 0.42, 5) \approx 0{,}982$
f $P(\text{9 of 10 keer succes}) = P(X = 9 \text{ of } X = 10) = P(X = 9) + P(X = 10) =$
$\text{binompdf}(25, 0.42, 9) + \text{binompdf}(25, 0.42, 10) \approx 0{,}294$

9

Bladzijde 71

19 **a** X = het aantal keer appel.
X is binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
$P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}\left(10, \frac{1}{2}, 4\right) \approx 0{,}623$
b X = het aantal keer appel.
X is binomiaal verdeeld met $n = 25$ en $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
$P(10 < X < 20) = P(X \leq 19) - P(X \leq 10) = \text{binomcdf}\left(25, \frac{1}{2}, 19\right) - \text{binomcdf}\left(25, \frac{1}{2}, 10\right) \approx 0{,}786$
c X = het aantal keer appel.
X is binomiaal verdeeld met $n = 100$ en $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
$P(X > 60) = 1 - P(X \leq 60) = 1 - \text{binomcdf}\left(100, \frac{1}{2}, 60\right) \approx 0{,}018$
d X = het aantal keer kersen.
X is binomiaal verdeeld met $n = 35$ en $p = \frac{1}{6}$.
$P(X = 7) = \text{binompdf}\left(35, \frac{1}{6}, 7\right) \approx 0{,}146$

© Noordhoff Uitgevers bv

20 **a** X = het aantal keer twee rode knikkers.

X is binomiaal verdeeld met $n = 15$ en $p = P(\text{twee rode}) = \dfrac{\binom{12}{2}}{\binom{25}{2}} = \frac{11}{50}$.

$P(X = 3) = \text{binompdf}\left(15, \frac{11}{50}, 3\right) \approx 0{,}246$

b X = het aantal keer één zwarte knikker.

X is binomiaal verdeeld met $n = 15$ en $p = P(\text{één zwarte}) = \dfrac{\binom{8}{1} \cdot \binom{17}{1}}{\binom{25}{2}} = \frac{34}{75}$.

$P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) = 1 - \text{binomcdf}\left(15, \frac{34}{75}, 9\right) \approx 0{,}081$

c X = het aantal keer twee knikkers van dezelfde kleur.
X is binomiaal verdeeld met $n = 15$ en $p = P(\text{twee van dezelfde kleur}) =$

$P(\text{twee rode}) + P(\text{twee zwarte}) + P(\text{twee witte}) = \dfrac{\binom{12}{2}}{\binom{25}{2}} + \dfrac{\binom{8}{2}}{\binom{25}{2}} + \dfrac{\binom{5}{2}}{\binom{25}{2}} = \frac{26}{75}$.

$P(X < 6) = P(X \leq 5) = \text{binomcdf}\left(15, \frac{26}{75}, 5\right) \approx 0{,}575$

d X = het aantal keer minstens één rode knikker.

X is binomiaal verdeeld met $n = 15$ en $p = P(\text{minstens één rode}) = 1 - P(\text{geen rode}) = 1 - \dfrac{\binom{13}{2}}{\binom{25}{2}} = \frac{37}{50}$.

$P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - \text{binomcdf}\left(15, \frac{37}{50}, 7\right) \approx 0{,}978$

21 **a** X = het aantal kinderen uit een eenoudergezin.
X is binomiaal verdeeld met $n = 11$ en $p = 0{,}12$.
$P(X = 0) = \text{binompdf}(11, 0.12, 0) \approx 0{,}245$

b X = het aantal kinderen uit een eenoudergezin.
X is binomiaal verdeeld met $n = 22$ en $p = 0{,}12$.
$P(X \leq 2) = \text{binomcdf}(22, 0.12, 2) \approx 0{,}498$

9

c $P(\text{twee uit een eenoudergezin}) = \dfrac{\binom{5}{2} \cdot \binom{30}{4}}{\binom{35}{6}} \approx 0{,}169$

22 X = het aantal mensen dat komt opdagen.
X is binomiaal verdeeld met $n = 100$ en $p = 0{,}88$.
$P(X \leq 92) = \text{binomcdf}(100, 0.88, 92) \approx 0{,}924$
De kans dat iedereen die komt opdagen een plaats heeft is 0,924.

23 **a** X = het aantal keer beide munt.
X is binomiaal verdeeld met $n = 30$ en $p = P(\text{beide munt}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.
$P(X \leq 5) = \text{binomcdf}\left(30, \frac{1}{4}, 5\right) \approx 0{,}203$

b X = het aantal keer minstens zeven ogen.
X is binomiaal verdeeld met $n = 18$ en $p = P(\text{minstens zeven ogen}) = \frac{21}{36}$.
$P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}\left(18, \frac{21}{36}, 4\right) \approx 0{,}998$

SOM

6	7	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7
	1	2	3	4	5	6

Bladzijde 72

24 X = het aantal treffers.
X is binomiaal verdeeld met onbekende n en $p = 0{,}4$.
Voor welke n is $P(X \geq 5) > 0{,}9$, ofwel voor welke n is $1 - P(X \leq 4) > 0{,}9$?
Voer in $y_1 = 1 - \text{binomcdf}\,(x, 0.4, 4)$ (TI) of $y_1 = 1 - \text{BinomialCD}(4, x, 0.5)$ (Casio)
en maak een tabel.
Je leest af voor $n = 17$ is $1 - P(X \leq 4) \approx 0{,}874$
voor $n = 18$ is $1 - P(X \leq 4) \approx 0{,}906$.
Hij moet dus minstens 18 vrije worpen nemen.

© Noordhoff Uitgevers bv

25 X = het aantal keer twee witte knikkers.

X is binomiaal verdeeld met onbekende n en $p = P(\text{twee witte}) = \dfrac{\binom{6}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{1}{3}$.

Voor welke n is $P(X \geq 3) > 0{,}95$, ofwel voor welke n is $1 - P(X \leq 2) > 0{,}95$?
Voer in $y_1 = 1 - \text{binomcdf}\left(x, \frac{1}{3}, 2\right)$ (TI) of $y_1 = 1 - \text{BinomialCD}\left(2, x, \frac{1}{3}\right)$ (Casio)
en maak een tabel.
Je leest af voor $n = 16$ is $1 - P(X \leq 2) \approx 0{,}941$
voor $n = 17$ is $1 - P(X \leq 2) \approx 0{,}956$.
Ze moet dus minstens 17 keer twee knikkers pakken.

26 X = het aantal dat komt opdagen.
X is binomiaal verdeeld met onbekende n en $p = 0{,}92$
Voor welke n is $P(X \leq 190) \geq 0{,}95$?
Voer in $y_1 = \text{binomcdf}(x, 0.92, 190)$ (TI) of $y_1 = \text{BinomialCD}(190, x, 0{,}92)$ (Casio)
en maak een tabel.
Je leest af voor $n = 200$ is $P(X \leq 190) \approx 0{,}963$
voor $n = 201$ is $P(X \leq 190) \approx 0{,}933$.
Er kunnen dagelijks hoogstens 200 stoelen worden verhuurd.

Bladzijde 73

27 X = het aantal keer scoren.
X is binomiaal verdeeld met $n = 20$ en onbekende p.
Voor welke p is $P(X > 12) > 0{,}8$, ofwel voor welke p is $1 - P(X \leq 12) > 0{,}8$?
Voer in $y_1 = 1 - \text{binomcdf}(20, x, 12)$ (TI) of $y_1 = 1 - \text{BinomialCD}(12, 20, x)$ (Casio)
en $y_2 = 0{,}8$.
Intersect geeft $x \approx 0{,}71$.
Dus zijn trefkans per vrije worp is ongeveer 0,71.

28 **a** De verwachtingswaarde is $E(X) = np = 140 \cdot 0{,}4 = 56$ en
de standaardafwijking is $\sigma_X = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{140 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6} \approx 5{,}8$.
$E(X) - \sigma_X \approx 56 - 5{,}8 = 50{,}2$
$E(X) + \sigma_X \approx 56 + 5{,}8 = 61{,}8$
$P(50{,}2 < X < 61{,}8) = P(51 \leq X \leq 61) =$
$P(X \leq 61) - P(X \leq 50) = \text{binomcdf}(140, 0.4, 61) - \text{binomcdf}(140, 0.4, 50) \approx 0{,}657$

b X = het aantal keer zes ogen.
$E(X) = np = 1000 \cdot \frac{1}{6} = 166{,}66...$
$\sigma_X = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{1000 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}} = 11{,}78...$
$E(X) - 2\sigma_X = 166{,}66... - 2 \cdot 11{,}78... = 143{,}09...$
$E(X) + 2\sigma_X = 166{,}66... + 2 \cdot 11{,}78... = 190{,}23...$
$P(X \leq 143{,}09...) + P(X \geq 190{,}23...) = P(X \leq 143) + P(X \geq 191) = P(X \leq 143) + 1 - P(X \leq 190) =$
$\text{binomcdf}\left(1000, \frac{1}{6}, 143\right) + 1 - \text{binomcdf}\left(1000, \frac{1}{6}, 190\right) \approx 0{,}046$

29 *
Deze bewering is waar.

30 **a** $\left.\begin{array}{l} E(X) = 80 \text{ geeft } np = 80 \\ \sigma_X = 8 \text{ geeft } \sqrt{np(1-p)} = 8 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \sqrt{80(1-p)} = 8 \\ 80(1-p) = 64 \\ 1 - p = 0{,}8 \\ p = 0{,}2 \end{array}$

$p = 0{,}2$ en $np = 80$ geeft $n \cdot 0{,}2 = 80$, dus $n = 400$.
Dus $n = 400$ en $p = 0{,}2$.

b $n = 1600$ en $\sigma_Y = 12$ geeft $\sqrt{1600p(1-p)} = 12$
Voer in $y_1 = \sqrt{1600x(1-x)}$ en $y_2 = 12$.
Intersect geeft $x = 0{,}1$ en $x = 0{,}9$.
Dus $p = 0{,}1$ of $p = 0{,}9$.

9

9.3 Eigenschappen van de normale verdeling

Bladzijde 75

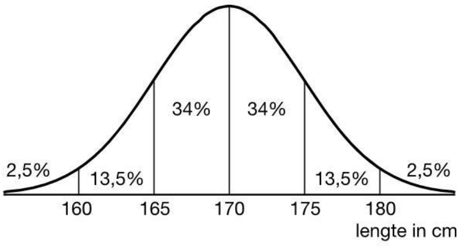
31 **a** Er is uitgegaan van een klassenbreedte van 5 cm.
b De groep bestaat uit 15 + 80 + 235 + 370 + 210 + 80 + 10 = 1000 personen.
c Dat is $\frac{680}{1000} \times 100\% = 68\%$.
d Dat is $\frac{950}{1000} \times 100\% = 95\%$.

32 **a** De klassenbreedte is 1 cm.
b De frequentie van de klasse 182 − < 183 is ongeveer 375.
c Nee, bij figuur 9.11 is de groep veel groter.
In figuur 9.11 is het aantal mannen met een lengte tussen 180 en 185 cm al ongeveer $5 \cdot 350 = 1750$.

Bladzijde 77

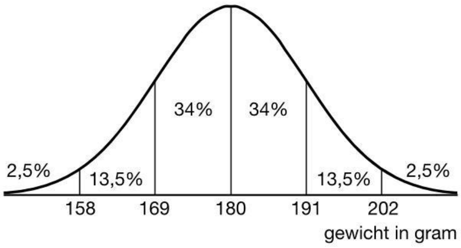
33 **a** Normale verdeling bij b, d, f en g.

34 **a**



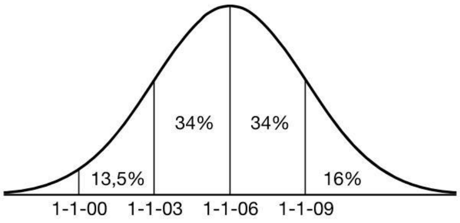
b 34% + 34% + 13,5% = 81,5%
c 2,5%
d 13,5% + 2,5% = 16%
e 13,5% + 34% = 47,5%

35 **a** 13,5% + 34% + 34% = 81,5%
Dus $0{,}815 \cdot 5000 = 4075$ appels.
b 84%, dus $0{,}84 \cdot 5000 = 4200$ appels.
c 125 is $\frac{125}{5000} \times 100\% = 2{,}5\%$
Dus zwaarder dan 202 gram.

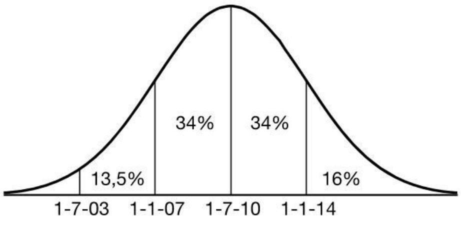


Bladzijde 78

36 **a** 13,5%
b Op 1 januari 2009



c 2σ is 7 jaar, dus $\sigma = 3{,}5$ jaar.
Zie de figuur hiernaast.
Op 1 januari 2014.

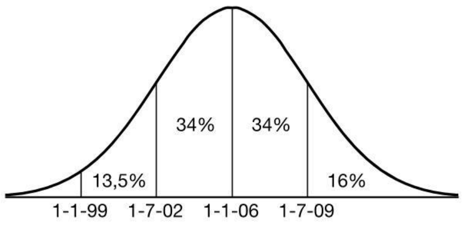


© Noordhoff Uitgevers bv

d 6,3 is $\frac{6,3}{7,5} \times 100\% = 84\%$

1,2 is $\frac{1,2}{7,5} \times 100\% = 16\%$

Zo ontstaat de figuur hiernaast.
Op 1 januari 1999 kiest de laatste innovator voor breedbandinternet.



37 **a** Met stijgende leeftijd neemt iemands reactietijd toe.
Bij de 18-jarigen hoort kromme A (kleinste gemiddelde), bij de 60-jarigen hoort kromme C (grootste gemiddelde).
b Bij kromme C hoort de grootste standaardafwijking, dus bij 60-jarigen is de genoemde kans het grootst.

Bladzijde 79

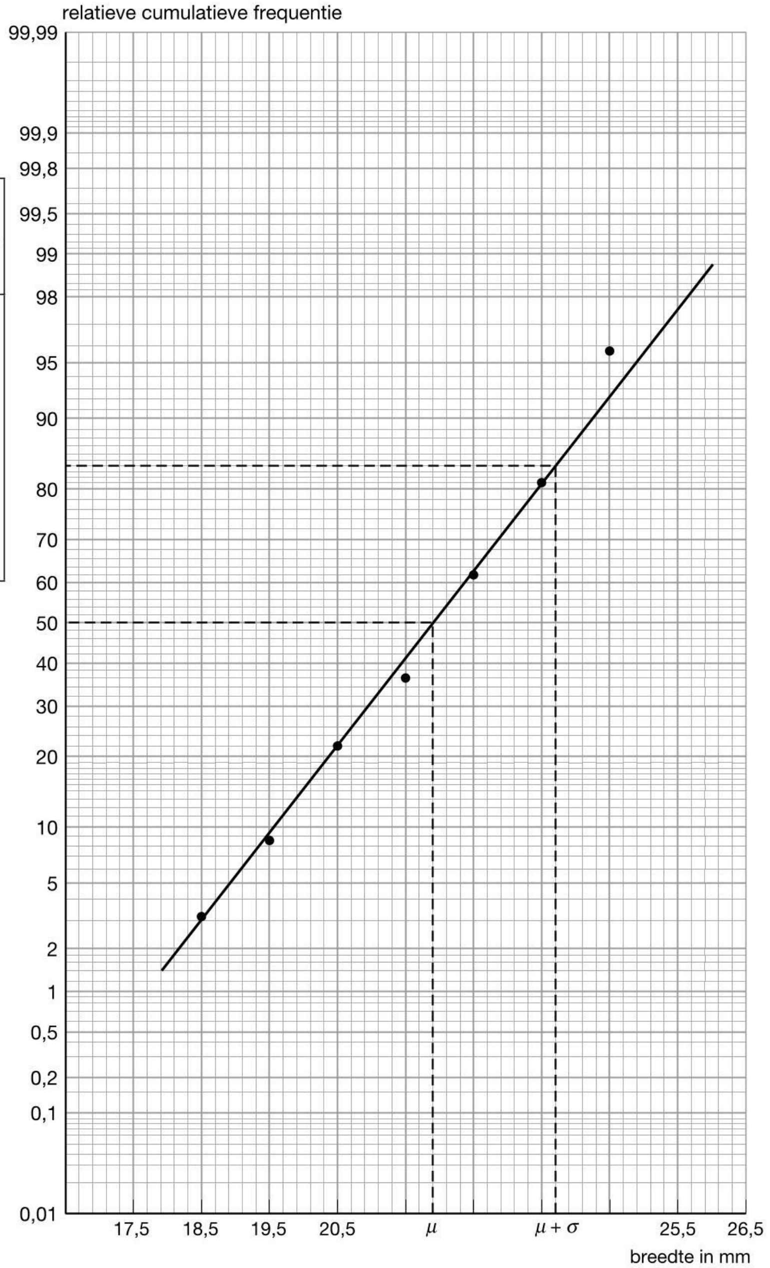
38 Kromme A: $\mu = 65$ en $\sigma = 1,5$.
Kromme B: $\mu = 66,5$ en $\sigma = 1$.
Kromme C: $\mu = 67,5$ en $\sigma = 2$.
Kromme D: $\mu = 70$ en $\sigma = 0,5$.

39 **a** Lees af bij 50%. Je krijgt $\mu \approx 7,8$.
b Bij $\mu + \sigma$ hoort 50% + 34% = 84%.
Aflezen geeft $\mu + \sigma \approx 8,9$.
c $\sigma = 8,9 - 7,8 = 1,1$

Bladzijde 82

40 **a**

breedte in mm	frequentie	cumulatieve frequentie	relatieve cumulatieve frequentie
17,5 −< 18,5	3	3	3,2%
18,5 −< 19,5	5	8	8,5%
19,5 −< 20,5	11	19	20,2%
20,5 −< 21,5	14	33	35,1%
21,5 −< 22,5	26	59	62,8%
22,5 −< 23,5	18	77	81,9%
23,5 −< 24,5	13	90	95,7%
24,5 −< 25,5	4	94	100%



De punten liggen redelijk op een rechte lijn, dus de breedte is bij benadering normaal verdeeld.

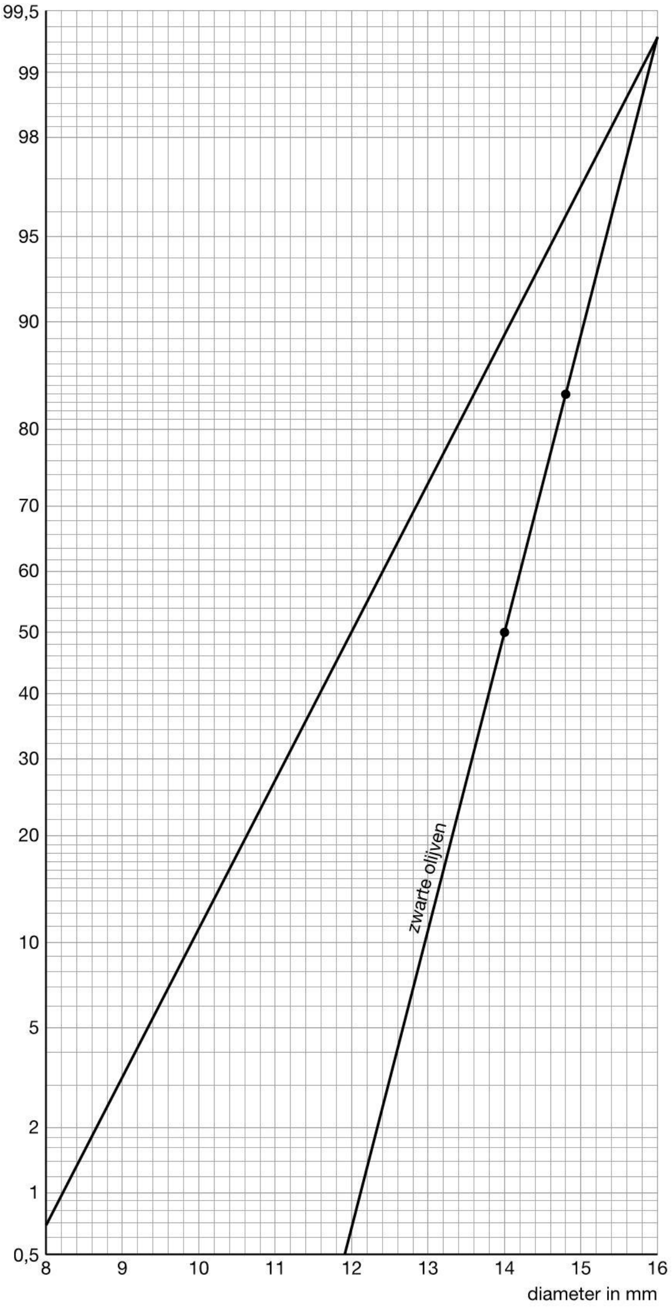
© Noordhoff Uitgevers bv

b Bij 50% hoort $\mu \approx 21{,}9$.
Bij 84% hoort $\mu + \sigma \approx 23{,}7$.
Dus $\mu \approx 21{,}9$ mm en $\sigma \approx 23{,}7 - 21{,}9 = 1{,}8$ mm.

41 **a** Bij 10 mm hoort 11%.
Bij 13 mm hoort 74%.
Dus 74% − 11% = 63%.

b Lees af: bij 80% hoort ongeveer 13,3 mm.
Dus de grootste 20% van de olijven heeft een diameter van meer dan 13,3 mm.

c Bij de groene olijven is $\mu = 12$ mm.
Lees af bij 84% dat $\mu + \sigma = 13{,}6$ mm, dus $\sigma = 1{,}6$ mm.
Dus bij de zwarte olijven is $\mu = 14$ mm en $\sigma = 0{,}8$ mm.
Teken dus een lijn door (14, 50) en (14,8; 84).

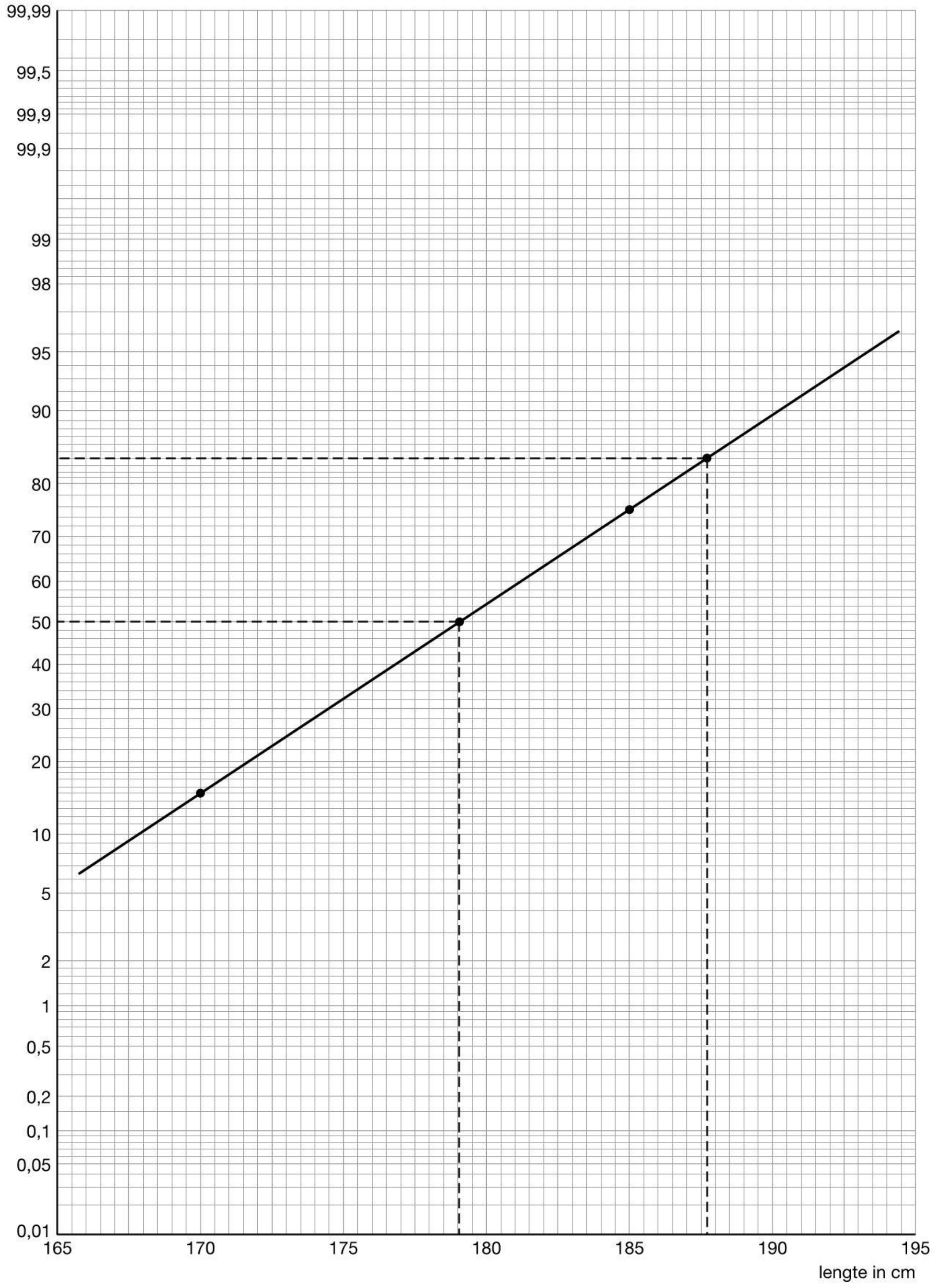


d P(groene heeft diameter meer dan 14 mm) = 0,11.
P(zwarte heeft diameter meer dan 14 mm) = 0,50.
De gevraagde kans is $0{,}11 \cdot 0{,}50 = 0{,}055$.

© Noordhoff Uitgevers bv

Bladzijde 83

42 Bij 170 cm hoort 15%.
Bij 185 cm hoort 75%.
Lees af bij 50% dat $\mu \approx 179$ cm.
Lees af bij 84% dat $\mu + \sigma \approx 188$, dus $\sigma \approx 9$ cm.



43 **a** Evenwijdig betekent dezelfde standaardafwijking.
b Dat de bladlengte van soort *A* een kleinere standaardafwijking heeft dan die van soort *C*.
c Dat zowel bij soort *C* als bij soort *D* 80% van de bladeren korter is dan 45 mm.
d De lijnen bij *B* en *D* moeten elkaar dan snijden op een hoogte van 50.

9.4 Oppervlakten onder normaalkrommen

Bladzijde 85

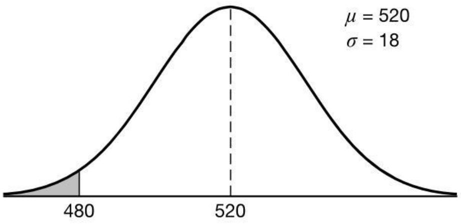
44 **a** Dit volgt uit de vuistregels bij de normale verdeling.
13,5% + 2,5% = 16% komt overeen met een oppervlakte van 0,16.
b a oppervlakte = 0,135
b oppervlakte = 0,975
c oppervlakte = 0,05
d oppervlakte = 0,84

© Noordhoff Uitgevers bv

Bladzijde 86

45 **a** opp = normalcdf(-10^{99}, 5, 3.5, 1.1) ≈ 0,914
b opp = normalcdf(700, 10^{99}, 850, 120) ≈ 0,894
c opp = normalcdf(1000, 1100, 1080, 60) ≈ 0,539

46 **a** opp = normalcdf(-10^{99}, 480, 520, 18) ≈ 0,013
b opp = normalcdf(510, 10^{99}, 520, 18) ≈ 0,711



Bladzijde 87

47 **a** opp = normalcdf(-10^{99}, 5.1, 5.8, 0.4) ≈ 0,040
Dus 4,0%.
b opp = normalcdf(5.25, 10^{99}, 5.8, 0.4) ≈ 0,915
Dus 91,5%.
c opp = normalcdf(6.1, 6.4, 5.8, 0.4) ≈ 0,160
Dus 16,0%.

48 **a** Neem bijvoorbeeld een normale verdeling met $\mu = 0$ en $\sigma = 1$.
Je krijgt opp = normalcdf(−1, 1, 0, 1) ≈ 0,6827.
Dus dat percentage is 68,27%.
b Ga weer uit van $\mu = 0$ en $\sigma = 1$.
Je krijgt opp = normalcdf(−2, 2, 0, 1) ≈ 0,9545.
Dat percentage is 95,45%.

49 Deze oppervlakte is 1 − 0,65 = 0,35.

Bladzijde 88

50 **a** a = invNorm(0.3, 16, 2) ≈ 15,0
b opp rechts = 0,7, dus opp links = 1 − 0,7 = 0,3
a = invNorm(0.3, 50, 8) ≈ 45,8
c a = invNorm(0.86, 600, 70) ≈ 676
d opp rechts = 0,08, dus opp links = 1 − 0,08 = 0,92
a = invNorm(0.92, 0.8, 0.2) ≈ 1,08

9

Bladzijde 89

51 **a** De oppervlakte van het gebied links van b is $\frac{2}{3}$.
b $a = \text{invNorm}\left(\frac{1}{3}, 40, 5\right) \approx 37{,}8$
$b = \text{invNorm}\left(\frac{2}{3}, 40, 5\right) \approx 42{,}2$

52 $a = \text{invNorm}\left(\frac{1}{5}, 1000, 50\right) \approx 958$
$b = \text{invNorm}\left(\frac{2}{5}, 1000, 50\right) \approx 987$
$c = \text{invNorm}\left(\frac{3}{5}, 1000, 50\right) \approx 1013$
$d = \text{invNorm}\left(\frac{4}{5}, 1000, 50\right) \approx 1042$

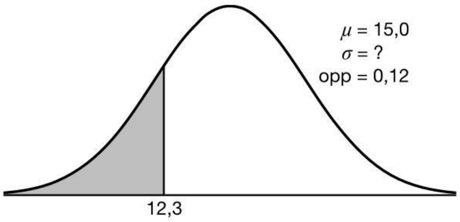
53 **a** 1 − 0,5 = 0,5 en dus a = invNorm(0.25, 18, 2) ≈ 16,7
b = invNorm(0.75, 18, 2) ≈ 19,3
b 1 − 0,82 = 0,18 en $\frac{0{,}18}{2} = 0{,}09$, dus a = invNorm(0.09, 150, 12) ≈ 133,9
b = invNorm(0.91, 150, 12) ≈ 166,1
c $\frac{0{,}12}{2} = 0{,}06$, dus a = invNorm(0.06, 58, 6) ≈ 48,7
b = invNorm(0.94, 58, 6) ≈ 67,3

54 **a** Een schatting van σ is 3.
b Een schatting van σ is 50.
c Een schatting van μ is 90.

© Noordhoff Uitgevers bv

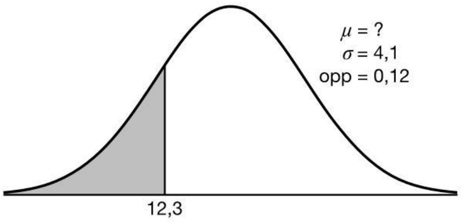
Bladzijde 90

55 **a**



normalcdf(-10^{99}, 12.3, 15.0, σ) = 0,12
Voer in y_1 = normalcdf(-10^{99}, 12.3, 15.0, x) (TI) of y_1 = NormCD(-10^{99}, 12.3, x, 15.0) (Casio)
en y_2 = 0,12.
Intersect geeft $x \approx 2{,}3$, dus $\sigma \approx 2{,}3$.

b



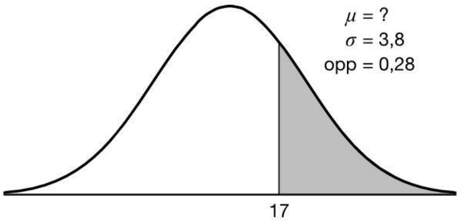
normalcdf(-10^{99}, 12.3, μ, 4.1) = 0,12
Voer in y_1 = normalcdf(-10^{99}, 12.3, x, 4.1) (TI) of y_1 = NormCD(-10^{99}, 12.3, 4.1, x) (Casio)
en y_2 = 0,12.
Intersect geeft $x \approx 17{,}1$, dus $\mu \approx 17{,}1$.

Bladzijde 91

56 **a** De vergelijking normalcdf(-10^{99}, 450, 400, σ) = 0,78.
b Een schatting is $\sigma = 60$.
Neem bijvoorbeeld Xmin = 50 en Xmax = 80.
c Voer in y_1 = normalcdf(-10^{99}, 450, 400, x) (TI) of y_1 = NormCD(-10^{99}, 450, x, 400) (Casio)
en y_2 = 0,78.
Intersect geeft $x \approx 64{,}751$, dus $\sigma \approx 64{,}8$.

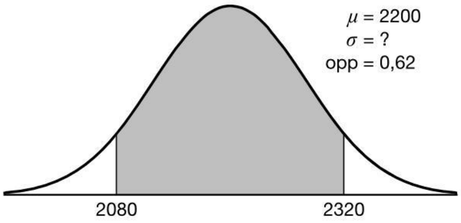
57 **a** Voer in y_1 = normalcdf(-10^{99}, 170, x, 12) (TI) of y_1 = NormCD(-10^{99}, 170, 12, x) (Casio)
en y_2 = 0,08.
b Een schatting van μ is 190, dus kies bijvoorbeeld Xmin = 180 en Xmax = 200.
c Intersect geeft $x \approx 186{,}86$, dus $\mu \approx 187$.

58



normalcdf(17, 10^{99}, μ, 3.8) = 0,28
Voer in y_1 = normalcdf(17, 10^{99}, x, 3.8) (TI) of y_1 = NormCD(17, 10^{99}, 3.8, x) (Casio)
en y_2 = 0,28.
Intersect geeft $x \approx 14{,}785$, dus $\mu \approx 14{,}8$.

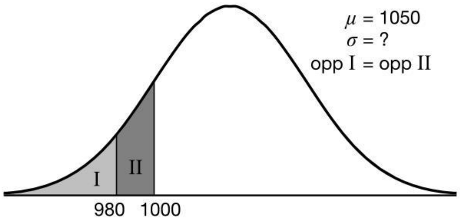
59



normalcdf(2080, 2320, 2200, σ) = 0,62
Voer in y_1 = normalcdf(2080, 2320, 2200, x) (TI) of y_1 = NormCD(2080, 2320, x, 2200) (Casio)
en y_2 = 0,62.
Intersect geeft $x \approx 136{,}7$, dus $\sigma \approx 140$.

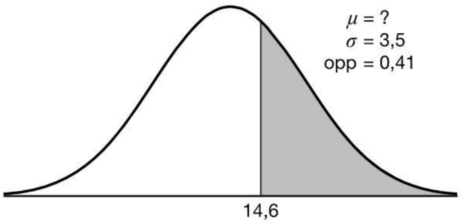
© Noordhoff Uitgevers bv

60



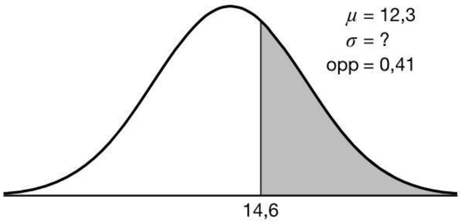
normalcdf(-10^{99}, 980, 1050, σ) = normalcdf(980, 1000, 1050, σ)
Voer in y_1 = normalcdf(-10^{99}, 980, 1050, x) en y_2 = normalcdf(980, 1000, 1050, x) (TI)
of y_1 = NormCD(-10^{99}, 980, x, 1050) en y_2 = NormCD(980, 1000, x, 1050) (Casio).
Intersect geeft $x \approx 49$, dus $\sigma \approx 49$.

61 **a**



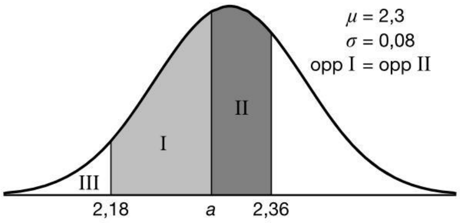
normalcdf(14.6, 10^{99}, μ, 3.5) = 0,41
Voer in y_1 = normalcdf(14.6, 10^{99}, x, 3.5) (TI) of y_1 = NormCD(14.6, 10^{99}, 3.5, x) (Casio)
en $y_2 = 0{,}41$.
Intersect geeft $x \approx 13{,}80$, dus $\mu \approx 13{,}8$.

b



normalcdf(14.6, 10^{99}, 12.3, σ) = 0,41
Voer in y_1 = normalcdf(14.6, 10^{99}, 12.3, x) (TI) of y_1 = NormCD(14.6, 10^{99}, x, 12.3) (Casio)
en $y_2 = 0{,}41$.
Intersect geeft $x \approx 10{,}11$, dus $\sigma \approx 10{,}1$.

62



opp(I + II) = normalcdf(2.18, 2.36, 2.3, 0.08) ≈ 0,70657,

dus opp(I) $\approx \dfrac{0{,}70657}{2} \approx 0{,}3533$.

opp(III) = normalcdf(-10^{99}, 2.18, 2.3, 0,08) ≈ 0,0668
Dus opp(I + III) ≈ 0,3533 + 0,0668 = 0,4201
a = invNorm(0.4201, 2.3, 0.08) ≈ 2,284

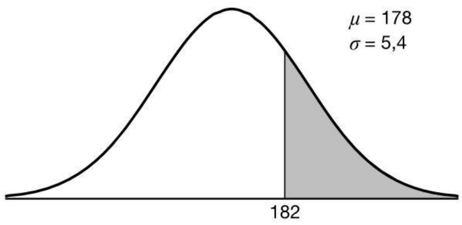
63 opp links = 1 − 0,28 = 0,72
invNorm(0.72, μ, 3.8) = 17
Voer in y_1 = invNorm(0.72, x, 3.8) (TI) of y_1 = InvN(0.72, 3.8, x) (Casio) en $y_2 = 0{,}72$.
Intersect geeft $x \approx 14{,}785$, dus $\mu \approx 14{,}8$.

© Noordhoff Uitgevers bv

9.5 Toepassingen van de normale verdeling

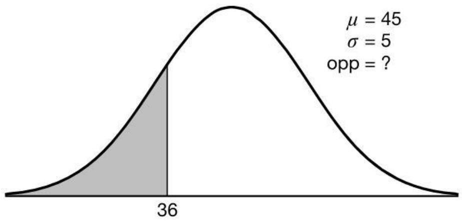
Bladzijde 93

64 **a** opp = normalcdf(182, 10^{99}, 178, 5.4) ≈ 0,229
b Van de jongens is 22,9% langer dan 182 cm.
c De gevraagde kans is 0,229.

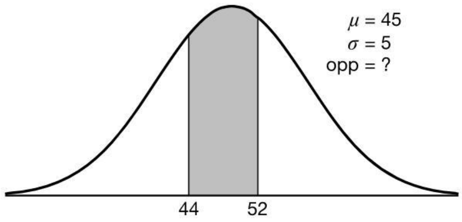


Bladzijde 94

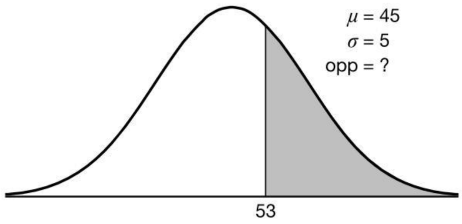
65 **a** opp = normalcdf(−10^{99}, 36, 45, 5) ≈ 0,036
Dus 3,6%.



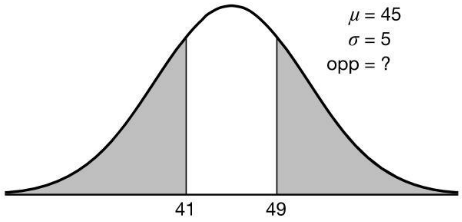
b opp = normalcdf(44, 52, 45, 5) ≈ 0,499
De kans is 0,499.



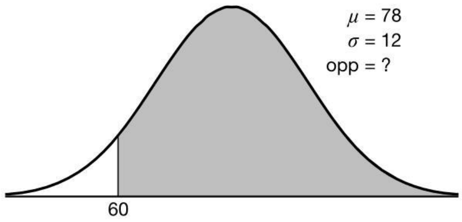
c opp = normalcdf(53, 10^{99}, 45, 5) = 0,054…
Je verwacht 0,054… · 240 ≈ 13 forellen.



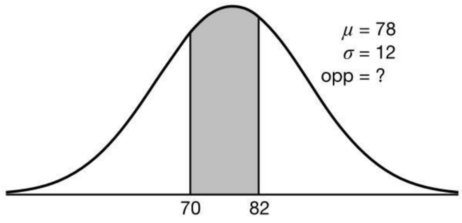
d opp = 2 · normalcdf(−10^{99}, 41, 45, 5) ≈ 0,424
Dus 42,4%.



66 **a** opp = normalcdf(60, 10^{99}, 78, 12) = 0,933…
Dus 0,933… · 1600 ≈ 1493 mannen zijn zwaarder dan 60 kg.
opp = normalcdf(−10^{99}, 65, 78, 12) = 0,139…
Dus 0,1393… · 1600 ≈ 223 mannen zijn lichter dan 65 kg.

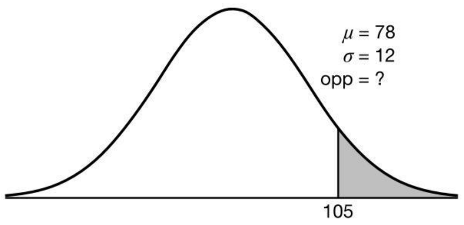


b opp = normalcdf(70, 82, 78, 12) ≈ 0,378
De kans is 0,378.

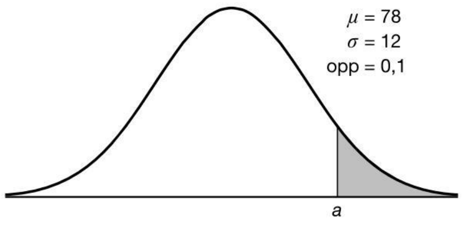


9

c opp = normalcdf(105, 10^{99}, 78, 12) = 0,012…
Dus 0,012… · 1600 ≈ 20 werknemers die meer dan 105 kg wegen.

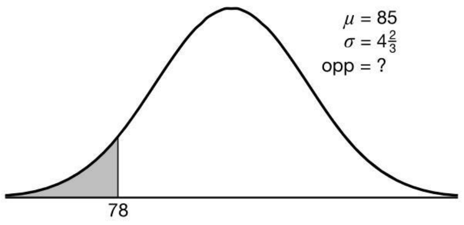


d opp links = 1 − 0,1 = 0,9
a = invNorm(0.9, 78, 12) ≈ 93,4
Dus vanaf 94 kg.

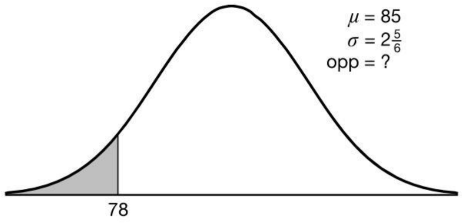


Bladzijde 95

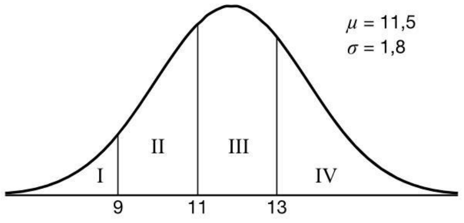
67 **a** 280 minuten = $4\frac{2}{3}$ uur
opp = normalcdf$\left(-10^{99}, 78, 85, 4\frac{2}{3}\right)$ ≈ 0,067
Dus 6,7%.



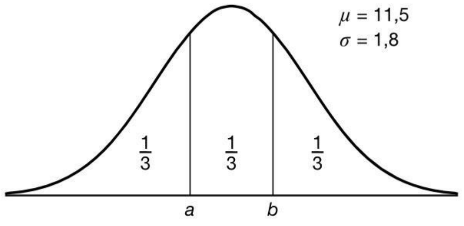
b 170 minuten = $2\frac{5}{6}$ uur
opp = normalcdf$\left(-10^{99}, 78, 85, 2\frac{5}{6}\right)$ ≈ 0,007
Dus 0,7%.



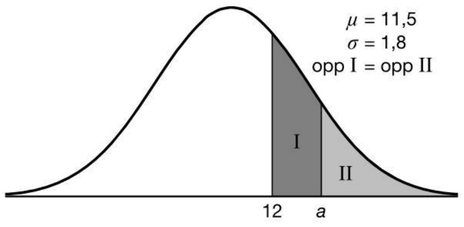
68 **a** 18 mm = 1,8 cm
opp I = normalcdf(-10^{99}, 9, 11.5, 1.8) ≈ 0,082
opp II = normalcdf(9, 11, 11.5, 1.8) ≈ 0,308
opp III = normalcdf(11, 13, 11.5, 1.8) ≈ 0,407
opp IV = normalcdf(13, 10^{99}, 11.5, 1.8) ≈ 0,202
De percentages zijn 8,2%, 30,8%, 40,7% en 20,2%.



b a = invNorm$\left(\frac{1}{3}, 11.5, 1.8\right)$ ≈ 10,7
b = invNorm$\left(\frac{2}{3}, 11.5, 1.8\right)$ ≈ 12,3
De grenzen zijn 10,7 en 12,3 cm.

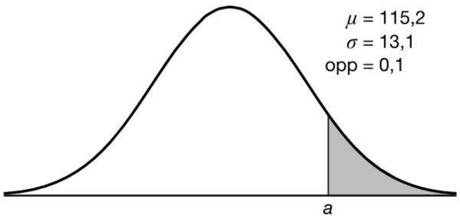


c opp (I + II) = normalcdf (12, 10^{99}, 11.5, 1.8) ≈ 0,3906
Dus opp II = 0,5 · 0,3906 = 0,1953
1 − 0,1953 = 0,8047
a = invNorm(0.8047, 11.5, 1.8) ≈ 13,0
De grens is 13,0 cm.

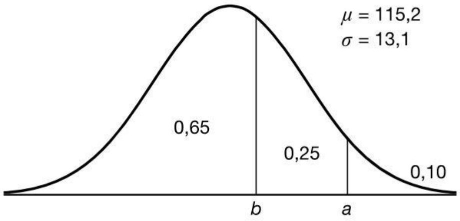


 © Noordhoff Uitgevers bv

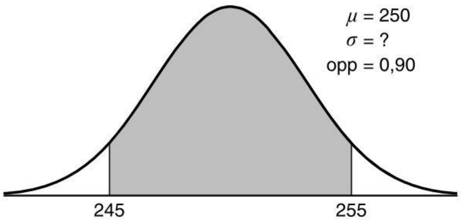
69 **a** opp links = 1 − 0,1 = 0,9
a = invNorm(0.9, 115.2, 13.1) ≈ 131,99
Dus vanaf een IQ van 132.



b b = invNorm(0.65, 115.2, 13.1) ≈ 120,25
Je krijgt een herkansing bij een IQ van 121 tot en met 131.

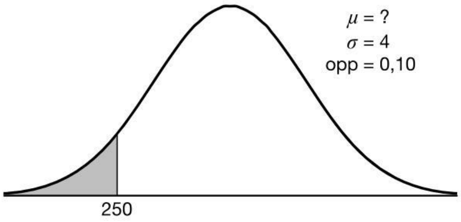


70 **a**



normalcdf(245, 255, 250, σ) = 0,90
Voer in y_1 = normalcdf(245, 255, 250, x) (TI) of y_1 = NormCD(245, 255, x, 250) (Casio)
en y_2 = 0,90.
Intersect geeft x ≈ 3,0398.
Dus maximaal σ ≈ 3,03 gram.

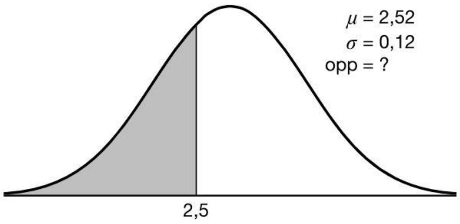
b



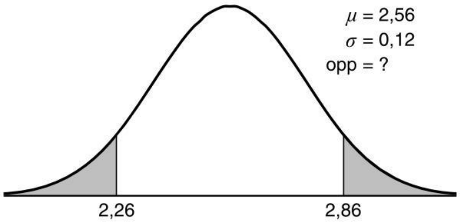
normalcdf(-10^{99}, 250, μ, 4) = 0,10
Voer in y_1 = normalcdf(-10^{99}, 250, x, 4) (TI) of y_1 = NormCD(-10^{99}, 250, 4, x) (Casio)
en y_2 = 0,10.
Intersect geeft x ≈ 255,1.
Dus op een gemiddelde van 255 gram.

Bladzijde 96

71 **a** opp = normalcdf(-10^{99}, 2.5, 2.52, 0.12) ≈ 0,434
De kans is 0,434.

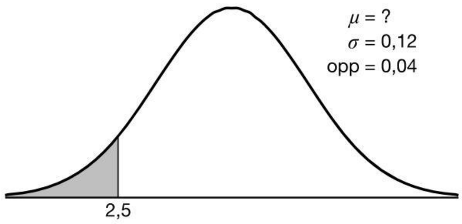


b opp = 2 · normalcdf(-10^{99}, 2.26, 2.56, 0.12) ≈ 0,012
Dus 1,2%.

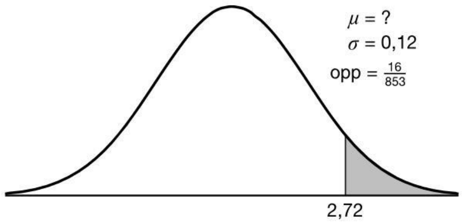


© Noordhoff Uitgevers bv

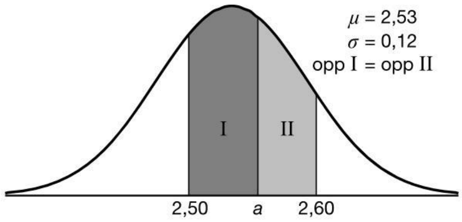
c normalcdf(-10^{99}, 2.5, μ, 0.12) = 0,04
Voer in y_1 = normalcdf(-10^{99}, 2.5, x, 0.12) (TI) of
y_1 = NormCD(-10^{99}, 2.5, 0.12, x) (Casio) en y_2 = 0,04.
Intersect geeft $x \approx 2{,}71008$.
De vulmachine moet worden ingesteld op een
gemiddelde van 2,72 kg of meer.



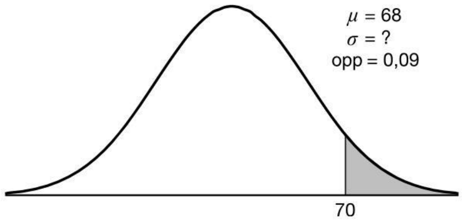
d normalcdf(2.72, 10^{99}, μ, 0.12) = 0,02
Voer in y_1 = normalcdf(2.72, 10^{99}, x, 0.12) (TI) of
y_1 = NormCD(2.72, 10^{99}, 0.12, x) (Casio) en y_2 = 0,02.
Intersect geeft $x \approx 2{,}47$.
De vulmachine is ingesteld op een
gemiddelde van 2,47 kg.



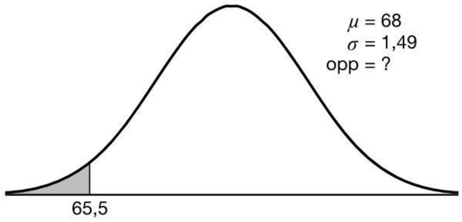
e normalcdf(2.50, a, 2.53, 0.12) = normalcdf(a, 2.60, 2.53, 0.12)
Voer in y_1 = normalcdf(2.50, x, 2.53, 0.12) en
y_2 = normalcdf(x, 2.60, 2.53, 0.12) (TI) of
y_1 = NormCD(2.50, x, 0.12, 2.53) en
y_2 = NormCD(x, 2.60, 0.12, 2.53) (Casio).
Intersect geeft $x \approx 2{,}548$.
De ene partij heeft gewichten van 2,50 tot 2,548 kg en
de andere partij van 2,548 tot 2,60 kg.



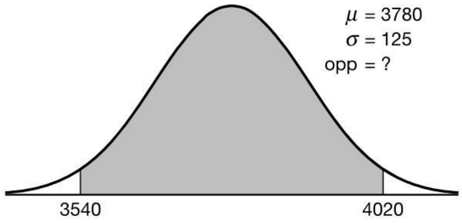
72 **a** normalcdf(70, 10^{99}, 68, σ) = 0,09
Voer in y_1 = normalcdf(70, 10^{99}, 68, x) (TI) of
y_1 = NormCD(70, 10^{99}, x, 68) (Casio) en y_2 = 0,09.
Intersect geeft $x \approx 1{,}49$.
Dus $\sigma \approx 1{,}49\%$.



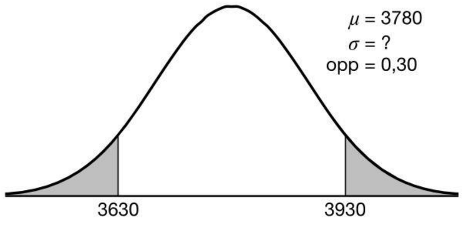
b opp = normalcdf(-10^{99}, 65.5, 68, 1.49) = 0,046…
Dat zijn er $0{,}046\ldots \cdot 500 \approx 23$.



73 **a** μ = 1 uur en 3 minuten = $63 \cdot 60 = 3780$ seconden
4 minuten = 240 seconden
$3780 - 240 = 3540$
$3780 + 240 = 4020$
opp = normalcdf(3540, 4020, 3780, 125) $\approx 0{,}945$
De kans is 0,945.



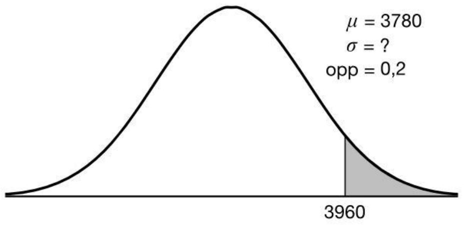
b 2,5 minuten = 150 seconden
$3780 - 150 = 3630$
$3780 + 150 = 3930$
normalcdf(3630, 3930, 3780, σ) = 0,70
Voer in y_1 = normalcdf(3630, 3930, 3780, x) (TI) of
y_1 = NormCD(3630, 3930, x, 3780) (Casio) en y_2 = 0,70.
Intersect geeft $x \approx 145$.
Dus $\sigma \approx 145$ seconden.



9

© Noordhoff Uitgevers bv

c 66 minuten = $66 \cdot 60 = 3960$ seconden
normalcdf(3960, 10^{99}, 3780, σ) = 0,2
Voer in y_1 = normalcdf(3960, 10^{99}, 3780, x) (TI) of
y_1 = NormCD(3960, 10^{99}, x, 3780) (Casio) en $y_2 = 0{,}2$.
Intersect geeft $x \approx 214$.
Dus $\sigma \approx 214$ seconden.



9.6 Werken met Excel

Bladzijde 98

74 *

Bladzijde 99

75 **a** Gebruik de functie SOM.
Y2=SOM(B2:X2) geeft 82 punten.
b Y3=SOM(B3:X3) geeft 61 punten voor Joris.
Lisa had de meeste punten, Kim de minste.
c Z2=Y3/$Y$2*9+1 geeft 7,69512.
d Z2=AFRONDEN(Y3/$Y$2*9+1;1) geeft 7,7 voor Joris.
e B27=GEMIDDELDE(B3:B25)
B28=STDEV.P(B3:B25)
B29=MIN(B3:B25)
B30=KWARTIEL(B3:B25;1)
B31=MEDIAAN(B3:B25)
B32=KWARTIEL(B3:B25;3)
B33=MAX(B3:B25)
Met de vulgreep bereken je in één keer de overige waarden.
f B34=B32 − B30 en gebruik de vulgreep.
Bij de vragen 14 en 15 is de kwartielafstand 2,5.
B35=B27 − B31 en gebruik de vulgreep.
Bij de vragen 2, 3 en 20 is het gemiddelde gelijk aan de mediaan.

Bladzijde 126

76 **a** J3=AFRONDEN((B3*$B$1+C3*$C$1+D3*$D$1+ … +I3*$I$1)/SOM($B$1:$I$1);1)
De eindcijfers zijn achtereenvolgens 6,7 5,7 7,2 3,8 6,9 5,7 6,8 5,2 4,9 4,9 5,4 6,4 4,8 7,9 6,3 6,0 6,3 5,3 7,0 8,1 en 6,6.
b J25=GEMIDDELDE(J3:J23) en weergave instellen op twee decimalen geeft 6,09.
c I1=6 geeft 6,10.
Het scheelt 0,01 punt.

77 *

Bladzijde 101

78 *

9.7 Werken met datasets

Bladzijde 103

79 **a** De dataset bevat 11 variabelen.
b Kiezen van ‘Aantal’ in cel A23239 van de totalenrij geeft 23 237.
De dataset bevat van 23 237 dagen gegevens.
c *
d Sorteer de kolom *MaximaleTemperatuur(°C)* met ‘Sorteren van hoog naar laag’.
De warmste dag was 19 juli 2006.
e Filter de kolom *GemiddeldeTemperatuur(°C)* op ‘Is kleiner dan of gelijk aan’ 0.
Kiezen van ‘Aantal’ in cel D23239 van de totalenrij geeft 1561.
Op 1561 dagen was het gemiddeld 0 °C of kouder.

9

f Filter uit vraag e verwijderen.
Filter de kolom *MaximaleTemperatuur(°C)* op 'Is groter dan of gelijk aan' 30.
Kiezen van 'Gemiddelde' in cel F23239 van de totalenrij geeft 31,512…
De gemiddelde temperatuur tijdens de tropische dagen was 31,5 °C.

g Filter uit vraag f verwijderen.
Filter de kolom *Datum* op 1965.
Kiezen van 'Som' in cel J23239 van de totalenrij geeft 1151,9 mm neerslag.
Sorteer de kolom *Neerslagduur(uren)* met 'Sorteren van hoog naar laag'.
Op 18 december regende het in dat jaar het langst.

80 **a** *

b Sorteer de kolom *Leeftijd* met 'Sorteren van hoog naar laag' en daarna met 'Sorteren van laag naar hoog'.
De jongste atleet was 13 jaar en de oudste was 71 jaar.

c Filter de kolom *Leeftijd* op 'Is kleiner dan of gelijk aan' 16.
Kiezen van 'Aantal' in cel C10386 van de totalenrij geeft 100.
Dus $\frac{100}{10\,384} \cdot 100\% \approx 1{,}0\%$ van de atleten was 16 jaar of jonger.

d Filter uit vraag c verwijderen.
Filter de kolom *Land* op Netherlands.
Kiezen van 'Gemiddelde' in cel C10386 van de totalenrij geeft 27,19…
De gemiddelde leeftijd van de Nederlandse atleten was 27 jaar.

e Filter de kolom *Land* op Netherlands.
Filter de kolom *Sport* op Taekwondo.
De enige Nederlandse Taekwondo-deelnemer komt uit in de klasse tot 80 kg.
Hij weegt dus minder dan 80 kg.

f Filters uit vraag e verwijderen.
Filter de kolom *Sport* op Triathlon.
Kiezen van 'Gemiddelde' in cel E10386 van de totalenrij geeft 61,22… kg.
Filter de kolom *Sport* op Rowing.
Aflezen in cel E10386 van de totalenrij geeft 80,91… kg.
Het scheelt 80,91… − 61,22… ≈ 20 kg.

g Filter uit vraag f verwijderen.
Filter de kolom *Land* op Netherlands en filter de kolom *Geslacht* op V.
Kiezen van 'Gemiddelde' in cel D10386 van de totalenrij geeft 173,92… cm.
Filter de kolom *Land* op alles behalve Netherlands.
Aflezen in cel D10386 van de totalenrij geeft 170,17… cm.
Het verschil is dus 173,92… − 170,17… ≈ 4 cm.
De journalist heeft dus gelijk.
Filter de kolom *Geslacht* op M en voer dezelfde handelingen uit als hierboven bij de vrouwen.
Het verschil bij de mannen is 185,92… − 182,31… ≈ 4 cm.
Bij de mannen geldt dus hetzelfde.

Bladzijde 104

81 **a** *

b Kiezen van 'Gemiddelde' in cel C273 van de totalenrij.
Filter de kolom *Groep* op D geeft 177,47… cm.
Filter de kolom *Groep* op A geeft 173,5 cm.
Het verschil is 177,47… − 173,5 ≈ 4 cm.

c Filter de kolom *Groep* steeds op een andere groep en kies 'Min' en 'Max' in cel C273 van de totalenrij.
Bereken voor elke groep de spreidingsbreedte en maak een overzicht. Je krijgt

Groep	Minimum (cm)	Maximum (cm)	Spreidingsbreedte (cm)
A	152	188	188 − 152 = 36
B	150	199	199 − 150 = 49
C	137	198	198 − 137 = 61
D	152	198	198 − 152 = 46
E	152	201	201 − 152 = 49

Dus de spreidingsbreedte is bij groep C het grootst en bij groep A het kleinst.

 © Noordhoff Uitgevers bv

d Kiezen van 'Aantal' in cel G273 van de totalenrij.
Kolom *UrenSlaap* filteren op 'Kleiner dan' 8 geeft 194 kortslapers.
Het percentage kortslapers is $\frac{194}{271} \cdot 100\% \approx 71{,}6\%$.

e Kies 'Aantal' in cel G273 van de totalenrij.
Kolom *Groep* filteren op A geeft 88 studenten in groep A.
Kolom *UrenSlaap* filteren op 'Kleiner dan' 8 geeft 62 kortslapers in groep A.
Het percentage kortslapers in groep A is $\frac{62}{88} \cdot 100\% \approx 70{,}5\%$.
Herhalen van deze handelingen voor de groepen B, C, D en E geeft de overige percentages.
Het percentage kortslapers in groep B is $\frac{58}{82} \cdot 100\% \approx 70{,}7\%$.
Het percentage kortslapers in groep C is $\frac{32}{42} \cdot 100\% \approx 76{,}2\%$.
Het percentage kortslapers in groep D is $\frac{36}{48} \cdot 100\% = 75\%$.
Het percentage kortslapers in groep E is $\frac{6}{11} \cdot 100\% \approx 54{,}5\%$.
In groep C is het percentage korstslapers het grootst.

f Kiezen van 'Aantal' in cel I273 van de totalenrij en de kolom *LR-handig-student* filteren op L geeft 31 linkshandigen.
Filteren van de kolom *UrenSlaap* op 'Kleiner dan' 8 geeft 20 linkshandige kortslapers.
Het percentage kortslapers onder linkshandigen is $\frac{20}{31} \cdot 100\% \approx 64{,}5\%$.
Filteren van de kolom *LR-handig-student* op R geeft 240 rechtshandigen.
Filteren van de kolom *UrenSlaap* op 'Kleiner dan' 8 geeft 174 linkshandige kortslapers.
Het percentage kortslapers onder linkshandigen is $\frac{174}{240} \cdot 100\% = 72{,}5\%$.
Er zijn dus relatief minder kortslapers onder de linkshandige studenten.
Niels heeft gelijk.

82 Deze aanpak werkt.

Bladzijde 105

83 Maak een nieuwe kolom door in cel N1 *HockeyDameBenelux* te typen.
Filter de kolom *Land* op Belgium, Luxembourg en Netherlands. Filter de kolom *Geslacht* op V en filter de kolom *Sport* op Hockey.
Zet in de eerste cel van de nieuwe kolom Ja en gebruik de vulgreep.
Verwijder alle filters en filter dan de kolom *HockeyDameBenelux* op Lege cellen.
Zet in de eerste cel van de kolom Nee en gebruik de vulgreep.
Verwijder alle filters.

9

Bladzijde 106

84 Werk door met het bestand uit de vorige opgave.

a Maak een nieuwe kolom door in cel O1 *AantalMedailles* te typen.
O2=SOM([@Goud];[@Zilver];[@Brons])

b Kiezen van 'Aantal' in cel O10386 van de totalenrij en de kolom *AantalMedailles* op 2, 3, 4 en 5 filteren geeft 36 atleten met meer dan één medaille.
Filteren van de kolom *Goud* op 1 en 2 geeft 28 atleten met meer dan één medaille, waarvan ten minste één gouden.

c Verwijderen van alle filters en de kolom *Medailles* sorteren met 'Sorteren van hoog naar laag' geeft Ryan Lochte met 5 medailles.

85 Werk door met het bestand uit de vorige opgave.

a Filter in de kolommen *Lengte* en *Gewicht* de Lege cellen eruit.
Kiezen van 'Aantal' in cel D10386 van de totalenrij geeft 9038 atleten.

b Voeg een kolom toe door in cel P1 *BMI* te typen.
P2=[@[Gewicht(kg)]]/([@[Lengte(cm)]]/100)^2
De kolom *BMI* sorteren met 'Sorteren van hoog naar laag' geeft Ricardo Blas Jr.

c Voeg een kolom toe door in cel Q1 *OvergewichtBMI* te typen.
Filter de kolom *BMI* op 'Is groter dan of gelijk aan' 25.
Typ in de eerste cel van de nieuwe kolom Ja en gebruik de vulgreep.
Filter de kolom *OvergewichtBMI* op Lege cellen en zet in de eerste cel van deze kolom Nee en gebruik de vulgreep.

d Kiezen van 'Aantal' in cel Q10386 van de totalenrij en de kolom *OvergewichtBMI* filteren op Ja geeft 1668 atleten met overgewicht.

e Voeg een kolom toe door in cel R1 *NBMI* te typen.
R2=1,3*[@[Gewicht(kg)]]/([@[Lengte(cm)]]/100)^2,5
De kolom *NBMI* sorteren met 'Sorteren van laag naar hoog' geeft Joanna Lochowska.

f Voeg een kolom toe door in cel S1 *OvergewichtNBMI* te typen.
Filter de kolom *NBMI* op 'Is groter dan of gelijk aan' 25.
Typ in de eerste cel van de nieuwe kolom Ja en gebruik de vulgreep.
Filter de kolom *OvergewichtNBMI* op Lege cellen en zet in de eerste cel van deze kolom Nee en gebruik de vulgreep.
Kiezen van 'Aantal' in cel S10386 van de totalenrij en filteren van *OvergewichtBMI* op Ja en *OvergewichtNBMI* op Nee geeft 57 atleten die volgens het BMI wel, maar volgens het NBMI geen overgewicht hebben.
Kiezen van 'Aantal' in cel S10386 van de totalenrij en filteren van *OvergewichtBMI* op Nee en *OvergewichtNBMI* op Ja geeft 521 atleten die volgens het BMI niet, maar volgens het NBMI wel overgewicht hebben.
Dus het geldt voor 57 + 521 = 578 atleten.

g Voeg een kolom toe door in cel T1 *BMI-NBMI* te typen.
Sorteer deze kolom met 'Sorteren van hoog naar laag' of 'Sorteren van laag naar hoog', of gebruik 'Min' en 'Max' in de totalenrij. Je krijgt als kleinste getal ⁻3,52.. en als grootste getal 3,64…
Het grootste verschil is dus bij de atleet die hoort bij 3,64…
Dit is Carl Myerscough. Deze atleet is 2,08 m lang en weegt 160 kg.

Bladzijde 107

86 Zet de gegevens om in een Exceltabel en maak een totalenrij aan.
Voeg een nieuwe kolom toe door in cel L1 *Gevoelstemperatuur* te typen.
Filter de kolom *GemiddeldeWindsnelheid(m/s)* op 'Is kleiner dan of gelijk aan' 1,3.
B709=C709 (en gebruik indien nodig de vulgreep)
Filter de kolom *GemiddeldeWindsnelheid(m/s)* op 'Groter dan' 1,3.
B2=13,12+0,6215*C2−11,37*(3,6*B2)^0,16+0,3965*C2*(3,6*B2)^0,16 (en gebruik indien nodig de vulgreep)
Sorteren van de kolom *Gevoelstemperatuur* op 'Sorteren van laag naar hoog' geeft 1 februari 1956.

9

Diagnostische toets

Bladzijde 108

1 som = 18 666 1 keer $P(\text{som} = 18) = \frac{1}{216}$

som = 17 665 3 keer $P(\text{som} = 17) = \frac{3}{216}$

som = 16 664 3 keer

655 3 keer $P(\text{som} = 16) = \frac{6}{216}$

W = uitbetaling – 1

w	99	14	4	⁻1
$P(W = w)$	$\frac{1}{216}$	$\frac{3}{216}$	$\frac{6}{216}$	$\frac{206}{216}$

Voer in lijst 1 = {99, 14, 4, ⁻1} en lijst 2 = $\left\{\frac{1}{216}, \frac{3}{216}, \frac{6}{216}, \frac{206}{216}\right\}$.
1-Var Stats (TI) of 1VAR (Casio) geeft $E(X) \approx$ ⁻0,19 en $\sigma_X \approx 7{,}03$.
De winstverwachting per spel is ⁻19 cent.
De bijbehorende standaardafwijking is € 7,03.

2 **a** X = het aantal leerlingen met wiskunde A of wiskunde C.
X is binomiaal verdeeld met $n = 15$ en $p = 0{,}45 + 0{,}09 = 0{,}54$.
$P(X \leq 10)$ = binomcdf(15, 0.54, 10) ≈ 0,894

b X is binomiaal verdeeld met $n = 15$ en $p = 1 - 0{,}09 = 0{,}91$.
P(geen leerlingen met wiskunde C) ≈ $0{,}91^{15} \approx 0{,}243$

© Noordhoff Uitgevers bv

3 **a** X = het aantal dat met het vliegtuig gaat.
X is binomiaal verdeeld met $n = 20$ en $p = 0{,}42$.
$P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10) = 1 - \text{binomcdf}(20, 0.42, 10) \approx 0{,}170$

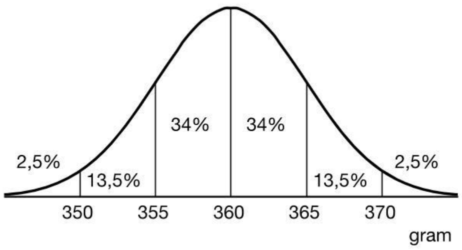
b $P(10 \text{ met de auto en } 10 \text{ met het vliegtuig}) = \binom{20}{10} \cdot 0{,}51^{10} \cdot 0{,}4^{10} \approx 0{,}038$

4 X = het aantal keer 10 ogen.
X is binomiaal verdeeld met onbekende n en $p = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.
Voor welke n is $P(X \geq 5) > 0{,}90$ ofwel voor welke n is $1 - P(X \leq 4) > 0{,}90$?
$1 - \text{binomcdf}(n, \frac{1}{12}, 4) > 0{,}90$
Voer in $y_1 = 1 - \text{binomcdf}\left(x, \frac{1}{12}, 4\right)$. (TI) of $y_1 = \text{BinomialCD}\left(4, x, \frac{1}{12}\right)$ (Casio).
Maak een tabel en lees af
voor $n = 93$ is $y_1 \approx 0{,}895$
voor $n = 94$ is $y_1 \approx 0{,}901$.
Dus minstens 94 keer gooien.

5 **a** $n = 40$ en $E(X) = np = 22{,}4$ geeft $40p = 22{,}4$, dus $p = 0{,}56$.
$\sigma_X = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{40 \cdot 0{,}56 \cdot 0{,}44} \approx 3{,}14$

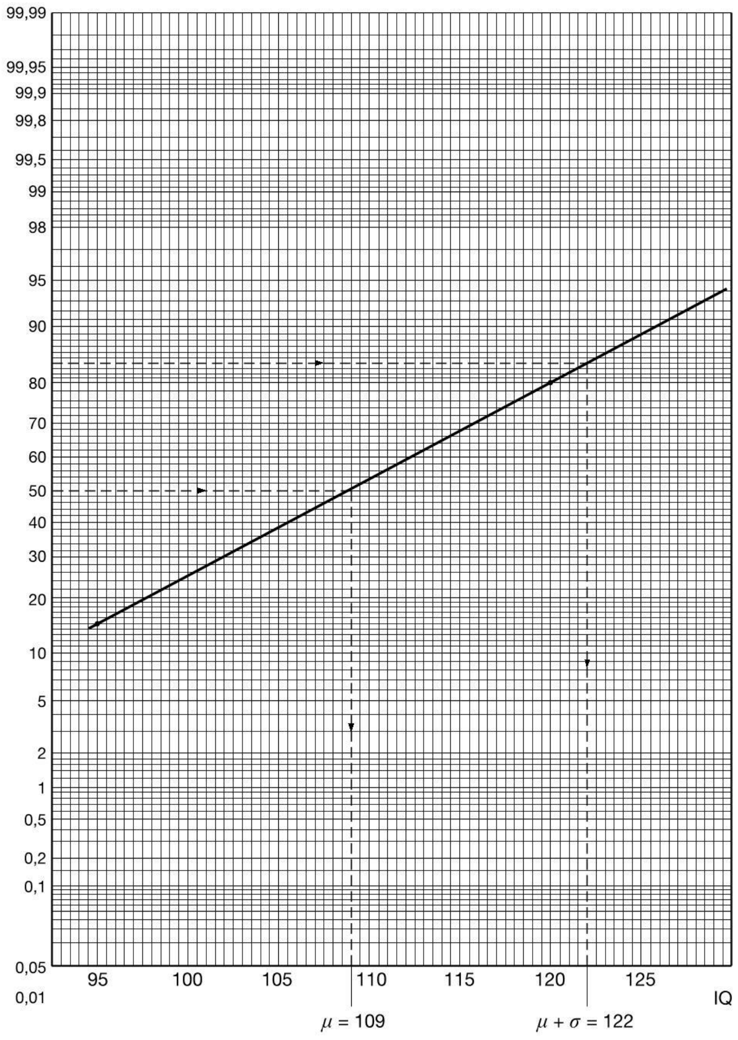
b $\left.\begin{array}{l} E(Y) = 45, \text{ dus } np = 45 \\ \sigma_Y = \sqrt{np(1-p)} = 6 \end{array}\right\}$
$\sqrt{45(1-p)} = 6$
$45(1-p) = 36$
$1 - p = 0{,}8$
$p = 0{,}2$
$p = 0{,}2$ en $np = 45$ geeft $0{,}2n = 45$, dus $n = 225$.
Dus $n = 225$ en $p = 0{,}2$.

6



a 97,5% van 750 is 731
b 13,5% van 750 is 101

7 Zie de figuur hiernaast.
Lees af $\mu = 109$ en $\mu + \sigma = 122$.
Dus het gemiddelde is 109 en de standaardafwijking is $122 - 109 = 13$.



© Noordhoff Uitgevers bv

Bladzijde 109

8 **a** opp links $= \frac{1-0{,}75}{2} = 0{,}125.$

$a = \text{invNorm}(0.125, 168, 12) \approx 154{,}2$

b normalcdf$(112, 10^{99}, \mu, 18) = 0{,}71$

Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(112, 10^{99}, x, 18)$ (TI)

of $y_1 = \text{NormCD}(112, 10^{99}, 18, x)$ (Casio) en $y_2 = 0{,}71$.

Intersect geeft $x \approx 121{,}96$.

Dus $\mu \approx 122$.

c normalcdf$(14, 22, 18, \sigma) = 0{,}74$

Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(14, 22, 18, x)$ (TI)

of $y_1 = \text{NormCD}(14, 22, x, 18)$ (Casio) en $y_2 = 0{,}74$.

Intersect geeft $x \approx 3{,}55$.

Dus $\sigma \approx 3{,}55$.

9 normalcdf$(-10^{99}, 980, 1050, \sigma) = \text{normalcdf}(980, 1000, 1050, \sigma)$

Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(-10^{99}, 980, 1050, x)$

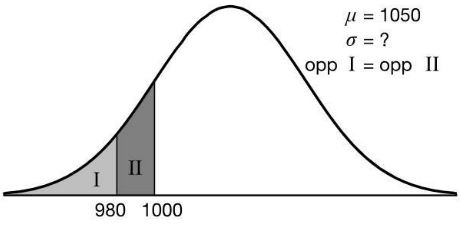
en $y_2 = \text{normalcdf}(980, 1000, 1050, x)$ (TI)

of $y_1 = \text{NormCD}(-10^{99}, 980, x, 1050)$

en $y_2 = \text{NormCD}(980, 1000, x, 1050)$ (Casio).

Intersect geeft $x \approx 49{,}2$.

Dus $\sigma \approx 49$.



10 **a** 47 minuten en 30 seconden = 47,5 minuten

50 seconden = $\frac{5}{6}$ minuut

$a = \text{invNorm}\left(0.98, 47.5, \frac{5}{6}\right) \approx 49{,}21$

0,21 minuut ≈ 13 seconden

Dus 49 minuten en 13 seconden.

b Bij een snelheid van 20 km per uur hoort een tijd van $\frac{15}{20} = 0{,}75$ uur = 45 minuten.

Snelheid meer dan 20 km per uur, dus tijd minder dan 45 minuten.

opp = normalcdf $\left(-10^{99}, 45, 47.5, \frac{5}{6}\right) \approx 0{,}001$

Dus in 0,1% van de gevallen.

c 50 minuten = 3000 seconden

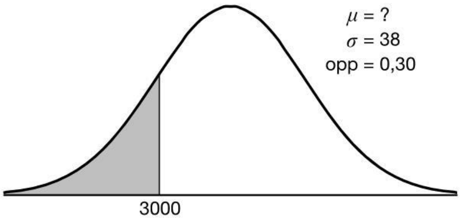
normalcdf$(-10^{99}, 3000, \mu, 38) = 0{,}30$

Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(-10^{99}, 3000, x, 38)$ (TI)

of $y_1 = \text{NormCD}(-10^{99}, 3000, 38, x)$ (Casio) en $y_2 = 0{,}30$.

Intersect geeft $x \approx 3020$.

Nadine loopt de 15 km in een gemiddelde tijd van 50 minuten en 20 seconden.



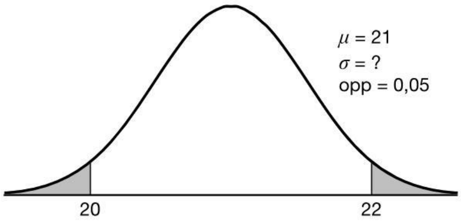
11 3 minuten per uur, dus $\frac{3}{60} = \frac{1}{20} = 0{,}05$

normalcdf$(-10^{99}, 20, 21, \sigma) = 0{,}025$

Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(-10^{99}, 20, 21, x)$ (TI)

of $y_1 = \text{NormalCD}(-10^{99}, 20, x, 21)$ en $y_2 = 0{,}025$.

Intersect geeft $x \approx 0{,}51$, dus de standaardafwijking is 0,51 °C.



9

© Noordhoff Uitgevers bv